Cinemática

Ejercicio 1

1. La posición en el tiempo de una partícula es $\vec{r}(t) = (x_0 + v_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2)\hat{i}$. Hacer un gráfico conceptual (sin números) de la función x(t), y de la función v(t), para:

a) $a < 0$ $v_0 > 0$ $x_0 > 0$

b) $a > 0$ $v_0 < 0$ $x_0 > 0$

c) $a > 0$ $v_0 > 0$ $x_0 > 0$

Repaso:

Aclaración previa sobre la notación de derivada

Notación con prima:

$$\vec{r}'(t)$$

Notación de Leibniz:

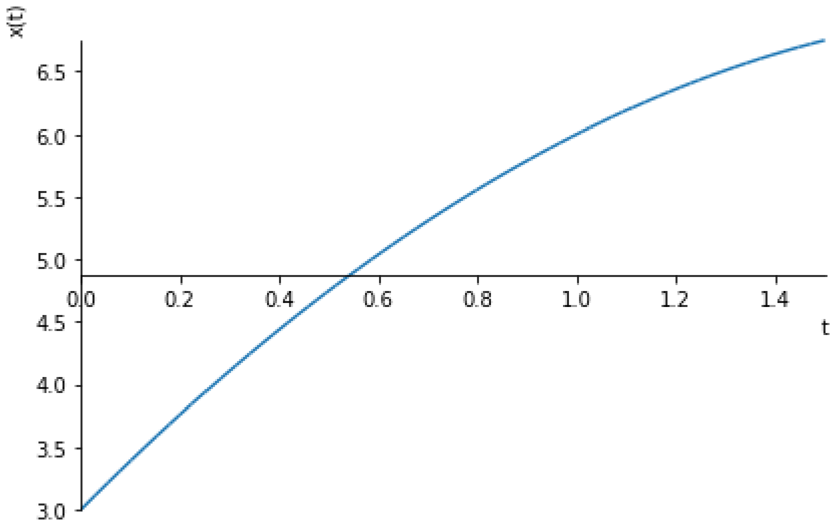
$$\frac{d\vec{r}}{dt}$$

Definiciones

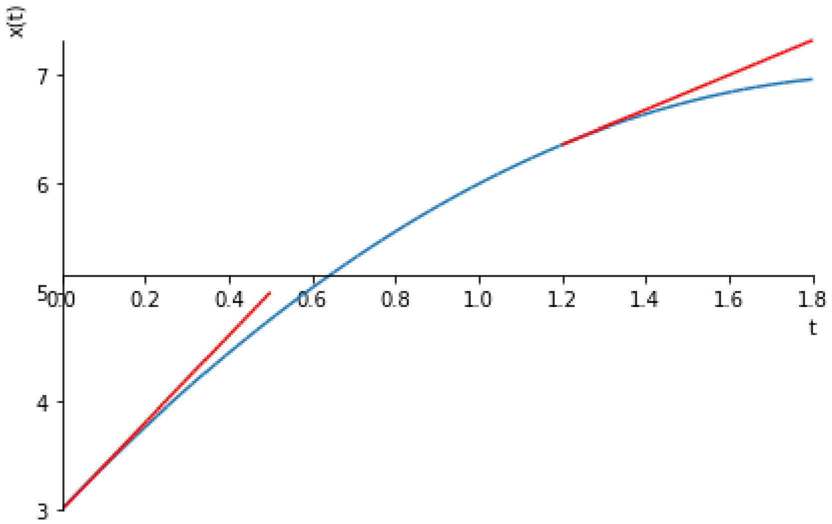
$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= x(t)\ \check{i} + y(t)\ \check{j} + z(t)\ \check{k} \\
\vec{v}(t) &= \frac{d\vec{r}}{dt} \\
\vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\
&= \frac{d(\frac{d\vec{r}}{dt})}{dt} \\
&= \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}
\end{aligned}$$

a) $a < 0$; $v_0 > 0$; $x_0 > 0$. Se pide graficar $x(t)$ y $v(t)$

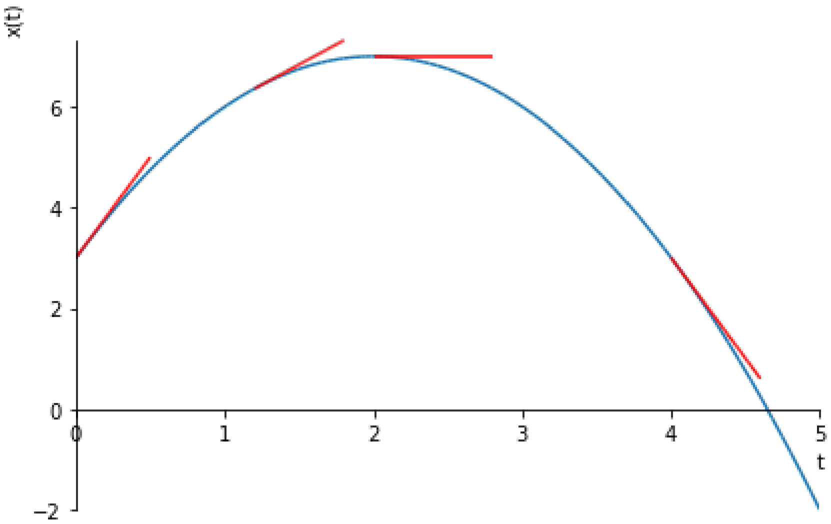
Graficamos primero x(t):



x(t)
6.5
6.0
5.5
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
t



x(t)
7
6
5
4
3
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
t


x(t)
6
4
2
0
−2
0
1
2
3
4
5
t

Explicación

La velocidad es la pendiente de la recta tangente a x(t), representada en rojo en distintos puntos de t.

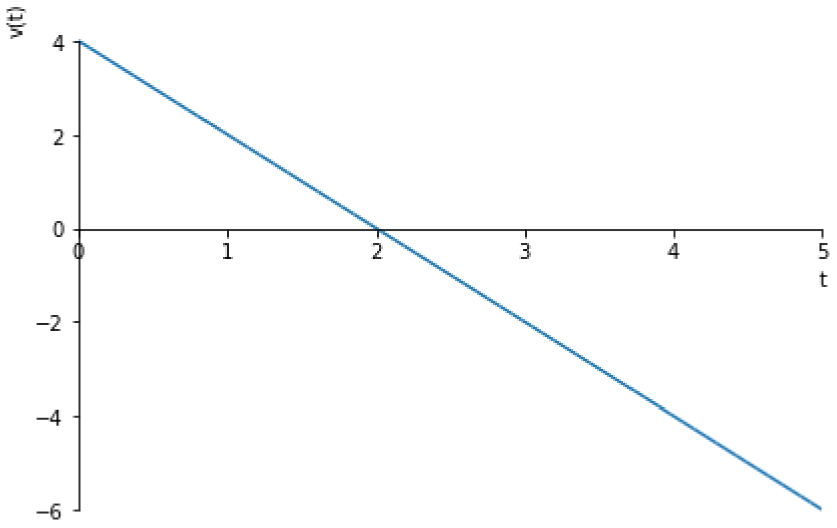
Se observa como comienza con un valor positivo (pendiente empinada), se va reduciendo hasta el valor de 0 en t=2 y luego se hace negativa.

Por otro lado, la aceleración representa a la concavidad de x(t). Como es negativa (dato del ejercicio), x(t) es cóncava hacia abajo.

Graficamos v(t):

Usamos la definición para hallar $\vec{v}(t)$ a partir de $\vec{r}(t)$:

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= (x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2)\\ \vec{v}(t) &= \frac{d\vec{r}}{dt}\\ &= (v_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot 2)\check{i}\\ &= (v_0 + a \cdot t)\check{i}\end{aligned}$$



Los restantes ítems b) y c) del ejercicio se realizan en forma similar.

Referencias

- Sears, Zemansky, Young, Freedman. (12° edición). (2009). *"Física Universitaria"*, Volumen I. Pearson Addison Wesley

  (Capítulo 2)